

*SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO  
"INOZZI- PASTORI  
PESTARA*

*ESPERIENZA DIDATTICA  
SULL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA  
NEL CORSO A*

*DOCENTE EMMA SPAGNOLI*

DAL CONCRETO ALL'ASTRATTO

*Il laboratorio di Matematica*

*per una didattica attiva*

*che prende spunto dalla realtà*

## *Le motivazioni di una scelta didattica*

- *Una didattica connaturata alla psicologia del preadolescente*
- *Il laboratorio deriva da una didattica che parte dal concreto*
- *Didattica costruttiva, non descrittiva*
- *Didattica che motiva l'apprendimento*
- *Didattica in armonia sia con i programmi del '79 che con le attuali indicazioni*

## **La didattica della professoressa Emma Castelnuovo**

- ***Guidare l'alunno alla riscoperta delle leggi e proprietà dei numeri e delle figure***
- ***Problematiche concrete come base di ricerca capaci di coinvolgere l'alunno***
- ***Indirizzo storico – costruttivo e non descrittivo***

## Il laboratorio di matematica

- *Modelli dinamici*
- *Materiale operativo*
- *Il movimento in geometria*

- ***Sviluppo della socialità***
- ***Potenziamento dell'espressione***

***linguistica***

• ***Attività dell'alunno e centralità della persona che apprende***

• ***Simultanea opportunità sia di recupero che di approfondimento***

## La classe laboratorio

- *Vari tipi di laboratorio*
- *Il laboratorio di apprendimento  
matematico*

# Bibliografia

di Emma Castelnuovo

- “L’officina matematica”* Molfetta ( Ba ), La Meridiana, 2008
- “Documenti di un’esposizione di matematica”* Torino, Boringhieri, 1972
- “Didattica della matematica”* Firenze, La Nuova Italia Editrice, 1963
- “Pentole, ombre, formiche  
in viaggio con la matematica”* Firenze, La Nuova Italia, 1993

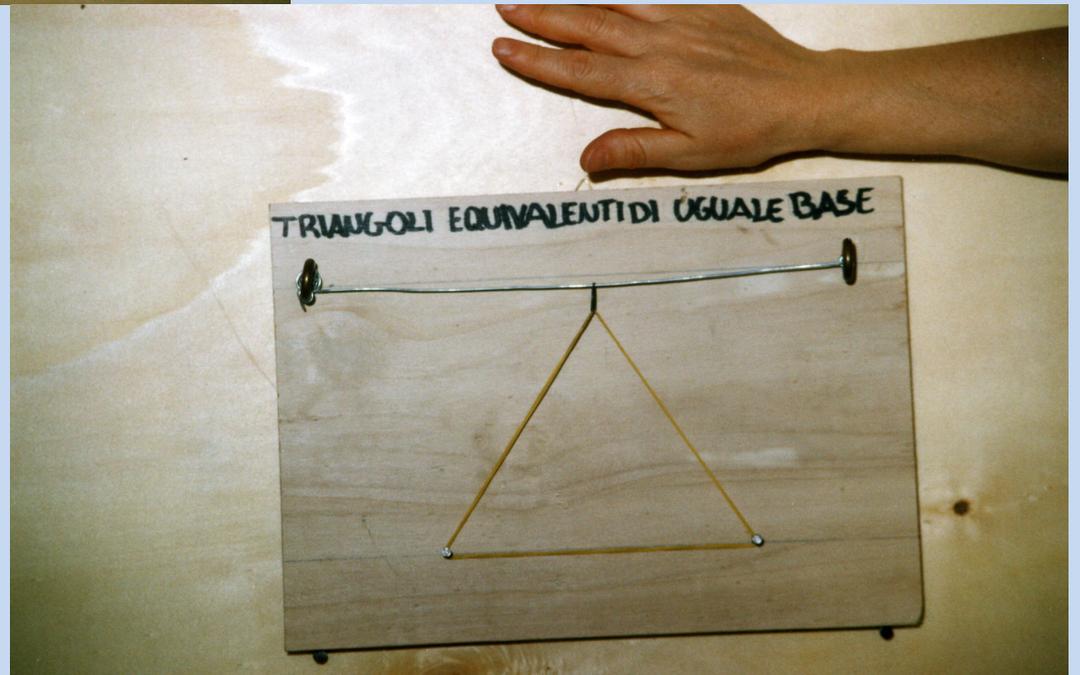
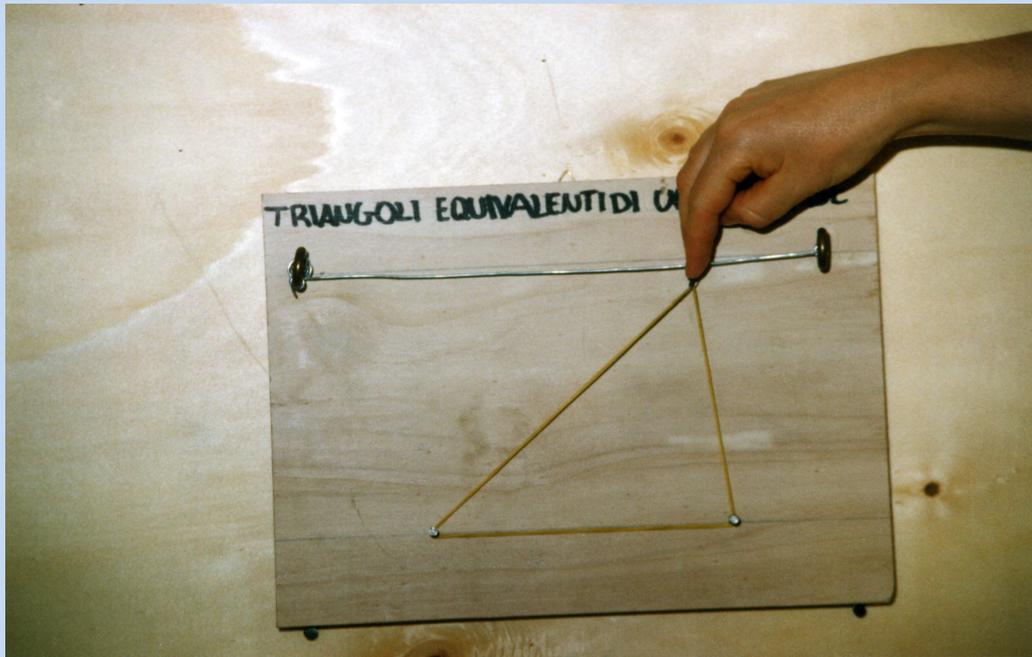
Emma Castelnuovo e Mario Barra

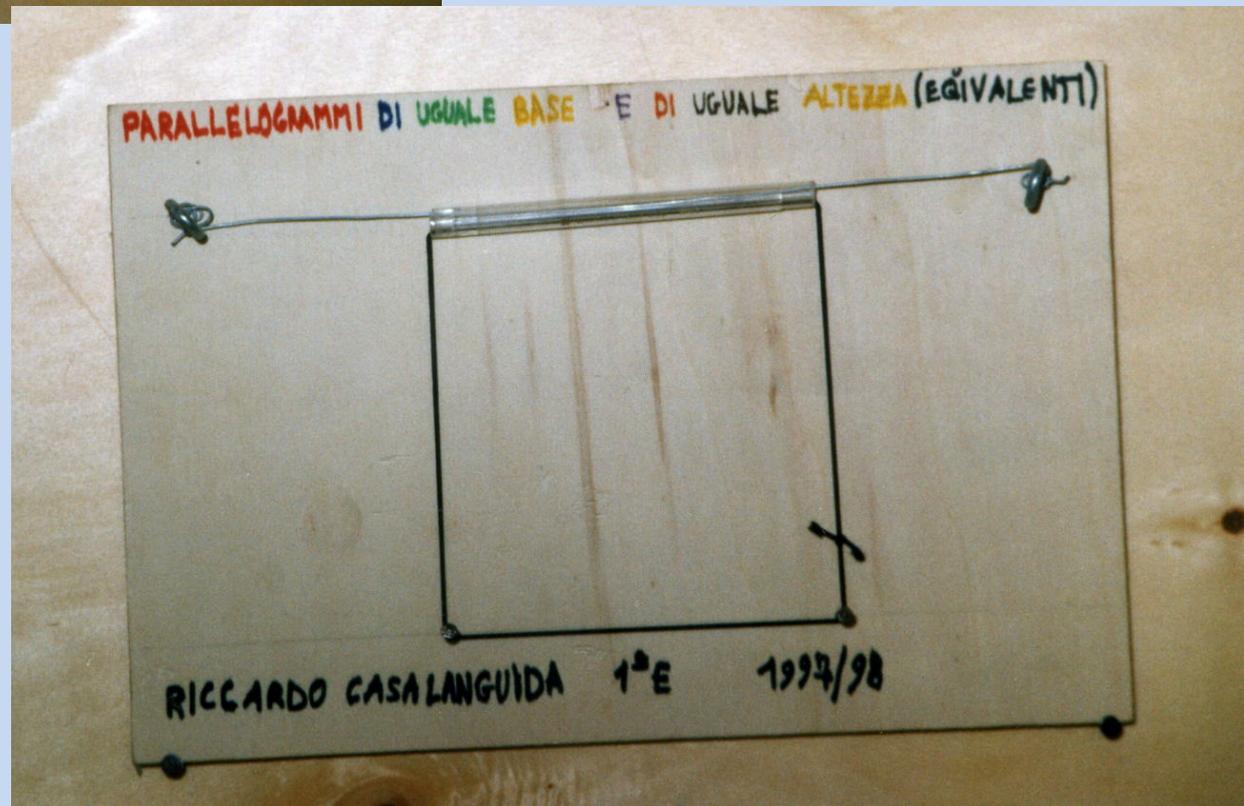
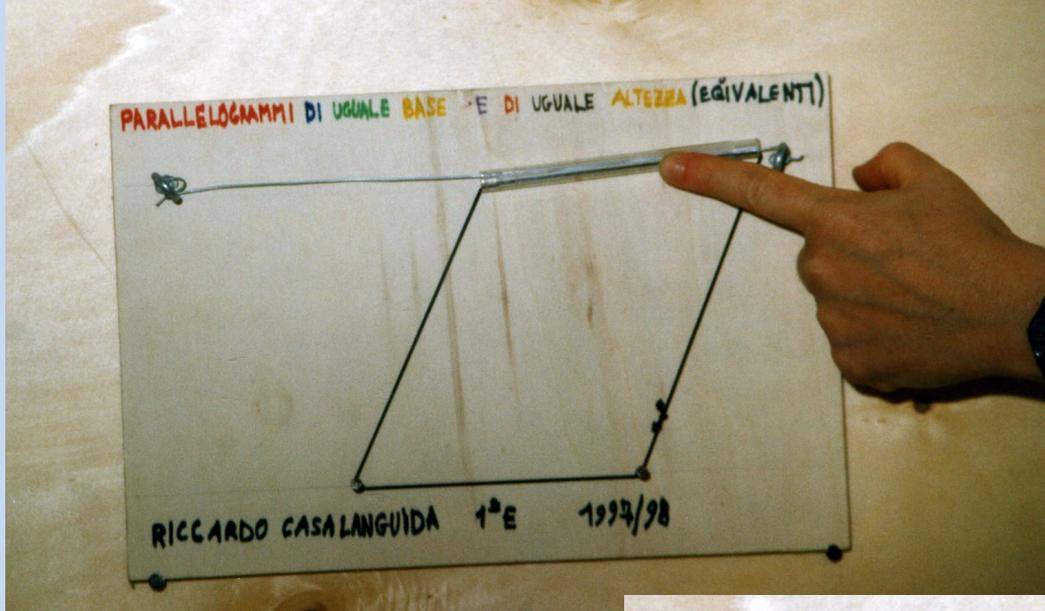
- “Matematica nella realtà”* Torino, Boringhieri, 1976

Giorgio Bini

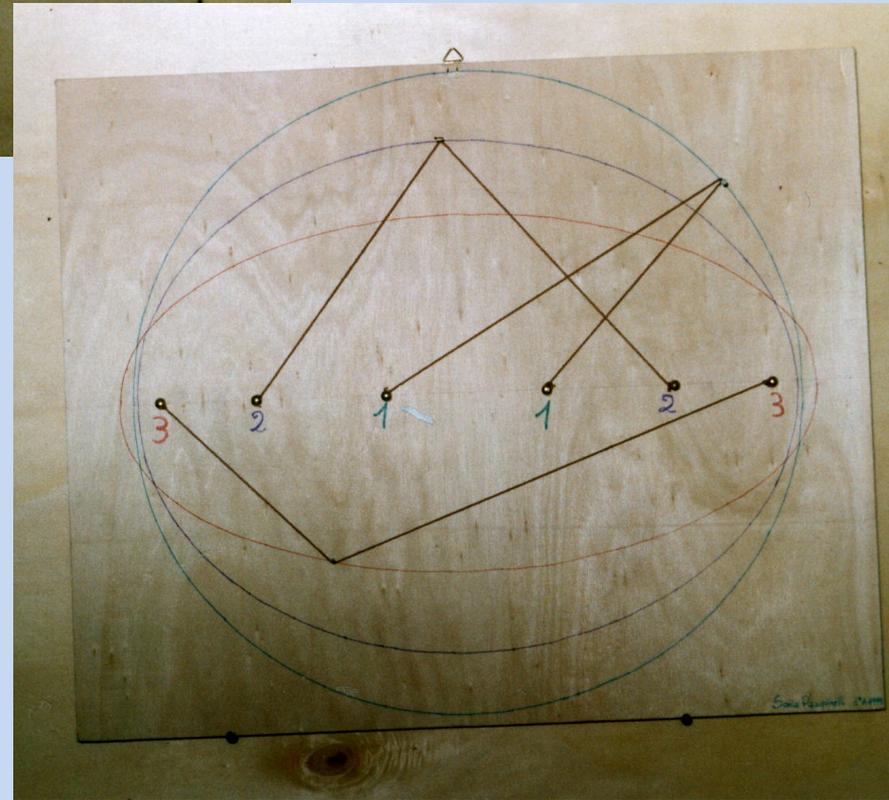
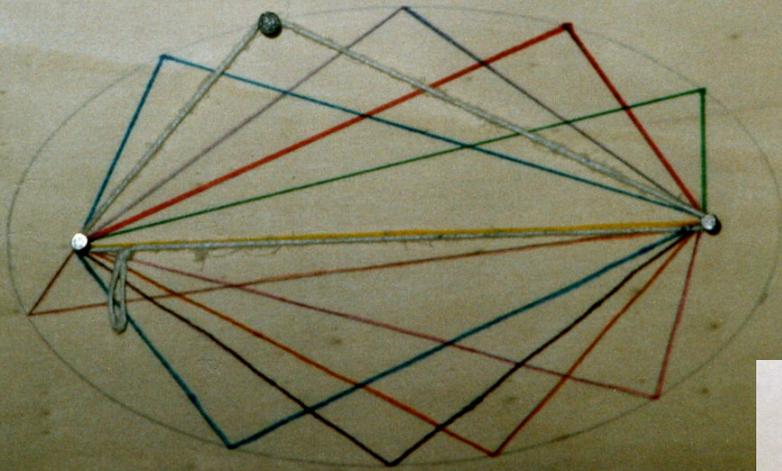
- “ La pedagogia attivistica in Italia”* Roma, Editori riuniti, 1971

*Documentazione  
fotografica di alcuni lavori  
raccolti in occasione della  
mostra di fine anno*

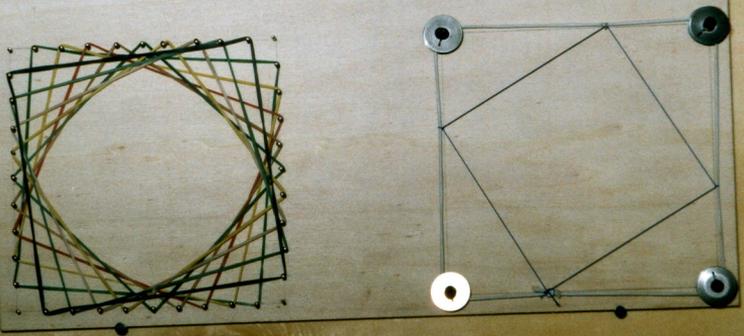




TRIANGOLI ISOPERIMETRICI  
DI UGUALE BASE

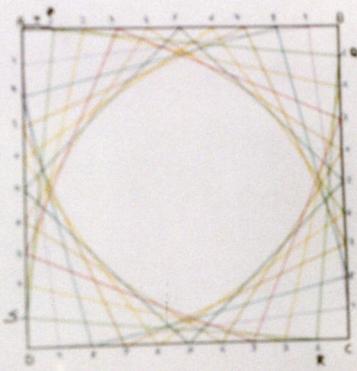


# Quadrati inscritti in un Quadrato.

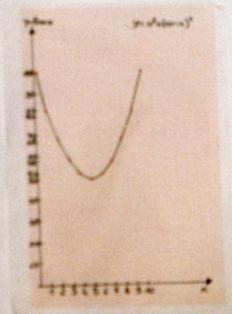


# QUADRATI INSCRITTI IN UN QUADRATO

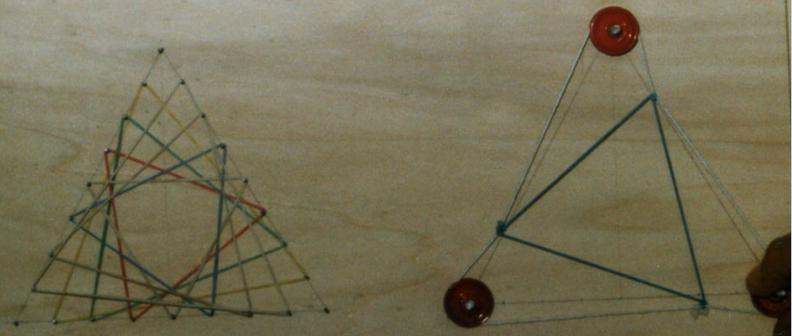
In un quadrato ABCD di lato 10 cm, abbiamo inscritto un altro quadrato PQRS. Osserviamo le variazioni dell'area  $z$  di questo quadrato nei casi in cui la distanza  $x = PA$  (P si trova sul lato AB) sia di 1, 2, 3, ..., 8, 9, 10 cm. L'area del quadrato inscritto è massima, ma per P, coincidente con A o B e raggiunge il suo minimo, quando P coincide con il punto medio di A e B. Abbiamo rappresentato questi valori sul piano cartesiano, ed abbiamo capito che il valore minimo che corrisponde all'area del quadrato di lato 5. Quindi si ottiene la parabola rappresentata a fianco.



x	z	Area
0	10	100
1	$10 - 2 \cdot 1$	82
2	$10 - 2 \cdot 2$	68
3	$10 - 2 \cdot 3$	58
4	$10 - 2 \cdot 4$	52
5	$10 - 2 \cdot 5$	50
6	$10 - 2 \cdot 6$	52
7	$10 - 2 \cdot 7$	58
8	$10 - 2 \cdot 8$	68
9	$10 - 2 \cdot 9$	82
10	$10 - 2 \cdot 10$	100



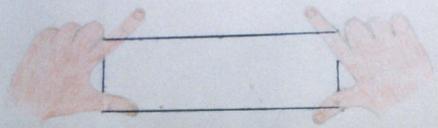
# TRIANGOLI INSCRITTI IN UN TRIANGOLO.



# RETTANGOLI ISOPERIMETRICI

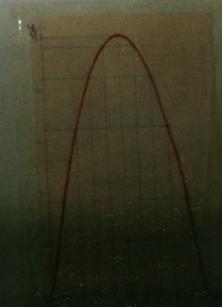
«QUELLI CHE NON HANNO NOZIONI DI GEOMETRIA, SE DEVONO DETERMINARE, COME SPESSE ACCADE, LA GRANDEZZA DI DIVERSE CITTA', INTERA COGNIZIONE GLI FAR D'AVVERNE OGNI VOLTA CHE DANNO LA MISURA DEI LORO RECINTI, IGNORANDO CHE PUO' ESSERE UN RECINTO UGUALE A UN ALTRO, MA LA PIAZZA CONTENUTA DA QUESTO ASSAI MAGGIORE DELLA PIAZZA CONTENUTA DA QUELLO»

GALILEO GALILEI (1638)



$P = 20 \text{ cm}$   
 $\frac{P}{2} = b + h = 10 \text{ cm}$

b	h	A
0	10	0
1	9	9
2	8	16
3	7	21
4	6	24
5	5	25
6	4	24
7	3	21
8	2	16
9	1	9
10	0	0



# RETTANGOLI

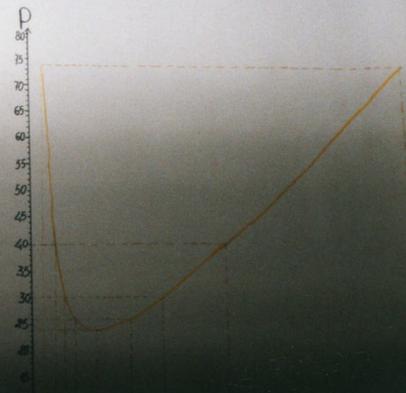
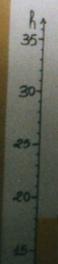
# EQUVALENTI



$A = 36 \text{ cm}^2$

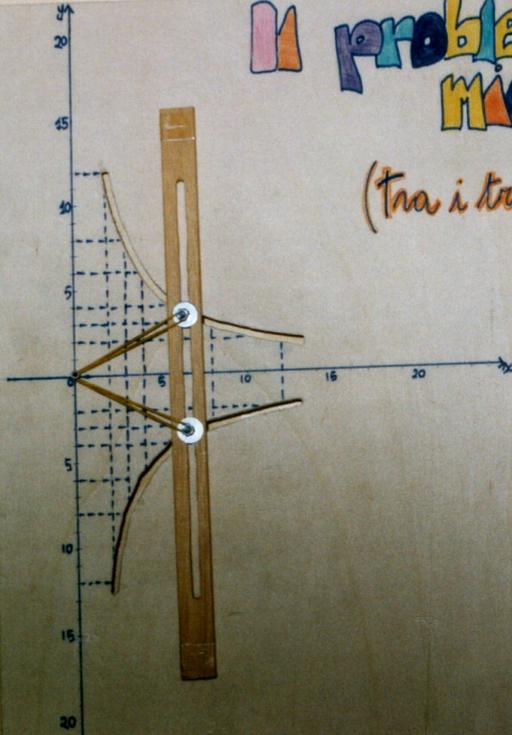


b	h	P
1	36	74
2	18	40
3	12	30
4	9	26
6	6	24
9	4	26
12	3	30
18	2	40
36	1	74



# Il problema del minimo perimetro

(Tra i triangoli equivalenti)



b	h
1	24
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3
12	2
24	1

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$b \cdot h = 2A$$

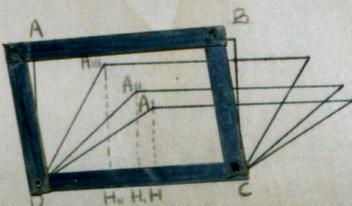
$$b \cdot h = 24$$

$$h = \frac{24}{b}$$

Firme

Marilisa Asci  
 Federica Centonari  
 Elena Marinelli  
 Valeria Martellucci

# dal parallelogramma articolabile alla sinusoidale



CALCOLI

$$\overline{A \cdot H} = \frac{\overline{AD}}{2} = \left(\frac{9}{2}\right) = \text{cm } 4,5$$

$$A_{30^\circ} = DC \cdot \overline{A \cdot H} = \text{cm}^2 (13 \cdot 4,5) = \text{cm}^2 58,5$$

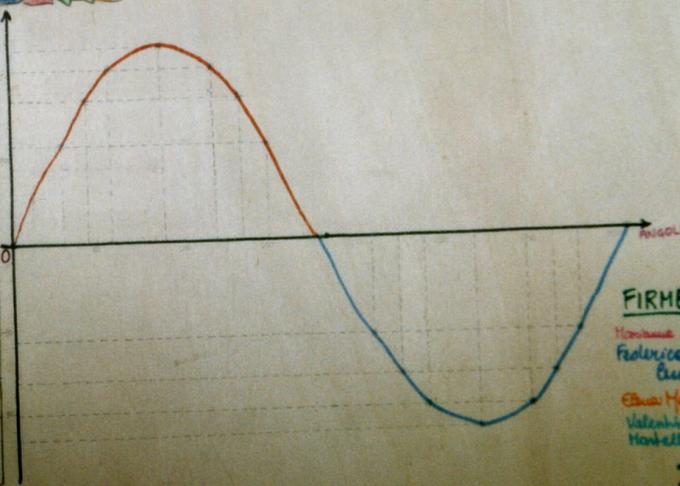
$$\overline{A \cdot H} = \sqrt{\frac{\overline{AD}^2}{2}} = \frac{\overline{AD}}{\sqrt{2}} = \frac{9}{1,41} = \text{cm } 6,38$$

$$A_{45^\circ} = DC \cdot \overline{A \cdot H} = \text{cm}^2 (13 \cdot 6,38) = \text{cm}^2 82,84$$

$$\overline{A \cdot H} = \sqrt{\frac{\overline{AD}^2}{4}} \cdot 3 = \frac{\overline{AD}}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2} \cdot 3 = \text{cm } 13,5$$

$$A_{60^\circ} = DC \cdot \overline{A \cdot H} = \text{cm}^2 (13 \cdot 7,78) = \text{cm}^2 101,205$$

ANGOLI	AREE
0°	0
30°	58,5
45°	82,84
60°	101,205
90°	117
120°	101,205
135°	82,84
150°	58,5
180°	0
210°	58,5
225°	82,84
240°	101,205
270°	117
300°	101,205
315°	82,84
330°	58,5
360°	0



FIRME

Marilisa Asci  
 Federica Centonari  
 Elena Marinelli  
 Valeria Martellucci

# L'Asteroide

$$\overline{A^1B^1} = \sqrt{AO^2 - AO^2} = \cos(\sqrt{10^2 - 9^2}) = \cos(\sqrt{100 - 81}) = \cos(\sqrt{19}) = \cos(4,3)$$

$$\overline{A^2B^2} = \sqrt{AO^2 - AO^2} = \cos(\sqrt{10^2 - 8^2}) = \cos(\sqrt{100 - 64}) = \cos(\sqrt{36}) = \cos(6)$$

$$\overline{A^3B^3} = \sqrt{AO^2 - AO^2} = \cos(\sqrt{10^2 - 7^2}) = \cos(\sqrt{100 - 49}) = \cos(\sqrt{51}) = \cos(7,1)$$

x	y
0	10
4,3	9
6	8
7,1	7
8	6
8,6	5
9,1	4
9,5	3
9,7	2
9,9	1



$i = \cos \alpha + \text{ANTE} = 10$

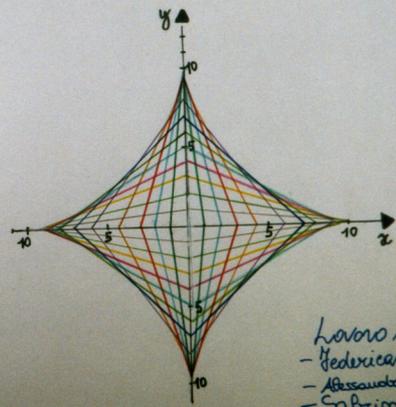
$c_1 + c_2 = 10^2$

$x^2 + y^2 = 10^2$

$y^2 = 10^2 - x^2$

$y = \sqrt{10^2 - x^2}$

equazione



Lavoro molto da  
 - Federica Lutorame  
 - Alessandra Di Zucchi  
 - Sabrina Di Tro  
 - Elea Marinelli

## DALLA RIFLESSIONE CON PIU' SPECCHI AL CATEIDOSCOPIO

Disponiamo due specchi ad angolo retto. Fra i due specchi, mettiamo una moneta.

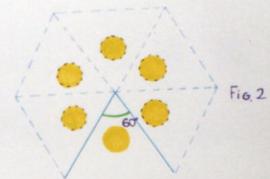


Si vedono allora, oltre alla moneta vera, 3 immagini. Se ne vedono 3, e non solamente, perché ciascuno dei due specchi riflette con che un altro specchio, e si ha quindi un'immagine dell'immagine.

### TABELLA

ANGOLO $\alpha$	$N = n^{\circ}$ OGGETTI (oggetto reale + immagini)
180°	2
90°	4
60°	6
45°	8

Se l'angolo  $\alpha$  (da leggere in ITALIANO) fra i 2 specchi diminuisce, si vede un numero  $>$  di oggetti.



REALIZZATO DA:  
 Di Pina Val...  
 della classe II E

Si scopre che è costante e precisamente uguale a 360°, il prodotto del numero N degli oggetti per l'ampiezza  $\alpha$  dell'angolo; si ha:

$$N \cdot \alpha = 360^\circ$$

Se gli specchi sono paralleli ( $\alpha = 0^\circ$ ) si formano infinite immagini

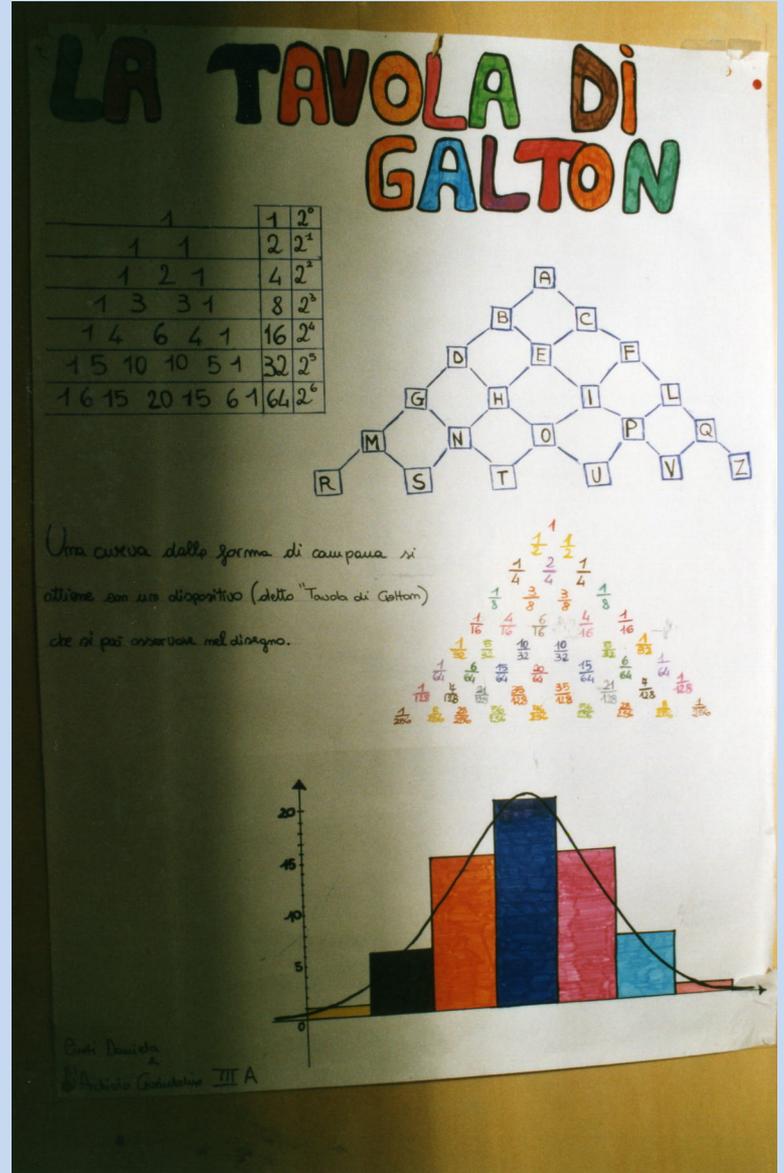
### IL CATEIDOSCOPIO

Sulla riflessione con più specchi è basato il cateidoscopio:

- 1 - SI PRENDE UN CILINDRO DI COTONE O DI METALLO ALTO 200 CM, CON LE BASI ANCHE SE DI CARTONE, SOVRA ALLA BASE INFERIORE VENE COLLEGATO UN DISCHETTO DI VETRO, GIANTE COME LA BASE, PER IL DISCO DI VETRO E LA BASE SONO INNESTI TRATTI ENTRE, SI VEDONO IN TUTTA TUTTA IL CILINDRO.
- 2 - SI PRENDE UN PRISMA A BASE TRIANGOLO EQUILATERO, LA CUI ALTEZZA E' UGUALE ALL'ALTEZZA DEL CILINDRO, LE FACCIE DEL PRISMA SONO TRASPARENTE.
- 3 - IL PRISMA SI INSERISCE NEL CILINDRO.



Quando l'immagine di un oggetto viene riflessa in un specchio, si forma un'immagine virtuale, che non può essere proiettata su uno schermo. L'immagine virtuale è di uguale dimensione dell'oggetto e si trova alla stessa distanza dallo specchio.



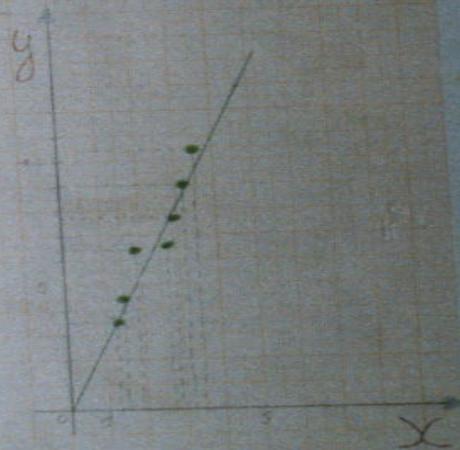


# LA PROPORZIONALITÀ DIRETTA IN NATURA



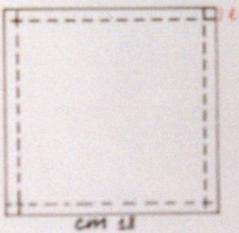
larghezza  $x$  | lunghezza  $y$

1,3	3,5
1,5	4,4
1,8	6,4
2,7	6,6
2,8	7,7
3,2	9
3,5	10,4



# Un problema sui CONTENITORI

per la ricerca del VOLUME MASSIMO

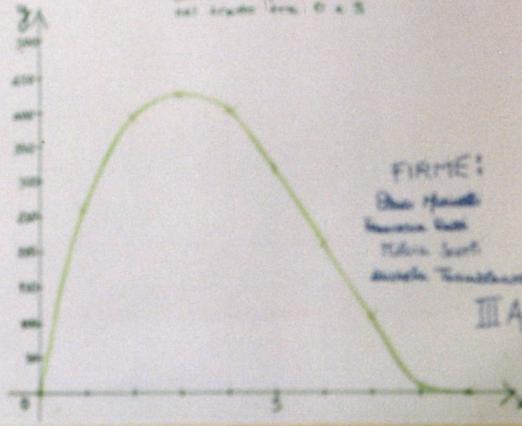


Abbiamo preso un foglio di carta quadrato di 11 cm e abbiamo ritagliato ai 4 angoli dei quadrati di lato  $x$ , 2, 3 o 4. Abbiamo ripiegato le strisce mancanti dei quadrati in modo di formare tanti contenitori a forma di parallelepipedi. Avranno lo stesso volume. Abbiamo calcolato i vari volumi, riportando i dati in una tabella e costruendo il grafico. Abbiamo osservato che il V massimo si ottiene togliendo dei quadrati di lato  $3 \text{ cm} = \frac{1}{3}$  del lato.



$x$  = lato del quadrato nel foglio  
 $y$  = volume

$x$	$y$
0	0
1	$(8-2 \cdot 1)^2 \cdot 1 = 256$
2	$(8-2 \cdot 2)^2 \cdot 2 = 352$
3	$(8-2 \cdot 3)^2 \cdot 3 = 432$
4	$(8-2 \cdot 4)^2 \cdot 4 = 640$
5	$(8-2 \cdot 5)^2 \cdot 5 = 320$
...	...
$x$	$(8-2x)^2 \cdot x$



# Il Volume tra parallelepipedi di uguale superficie laterale



Più fogli rettangolari di dimensioni 10 cm e 16 cm costituiscono la superficie laterale di tanti parallelepipedi rettangoli con le dimensioni di base variabili, ma sempre di perimetro 16 cm.

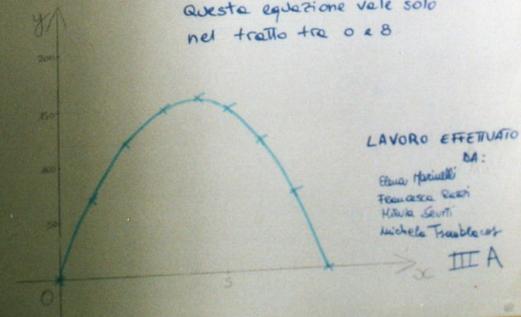
Studiamo come varia il volume  $y$  del parallelepipedo al variare delle dimensioni della base, con  $x$  indichiamo una delle dimensioni.

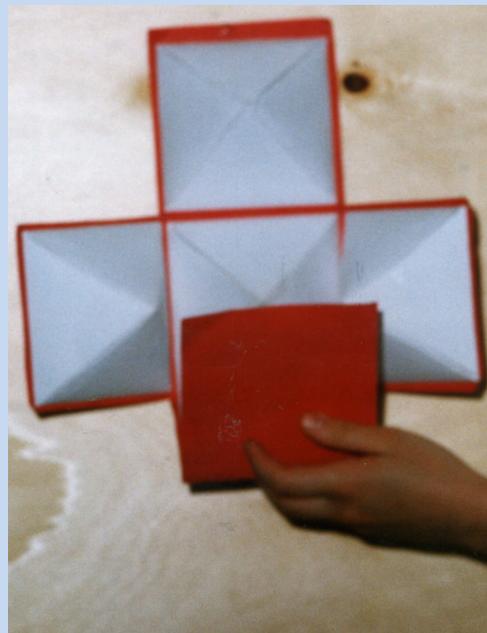
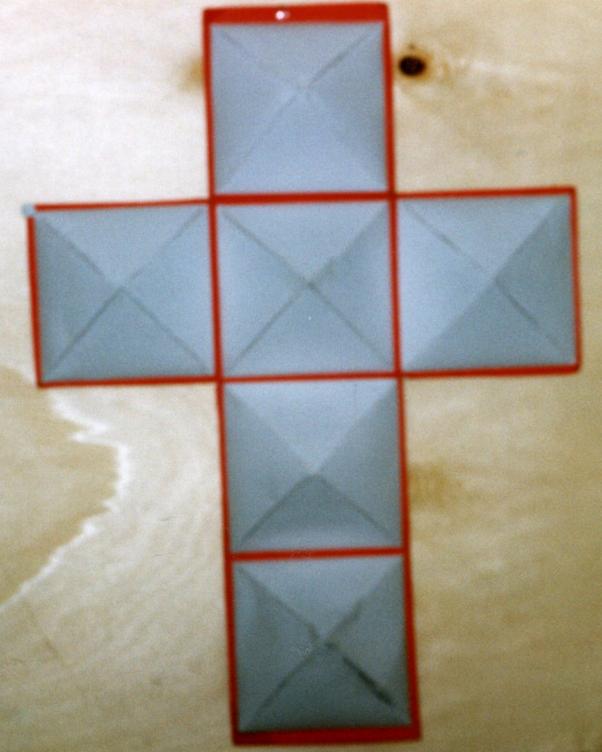
$x$  = LUNGHEZZA DEL LATO DI BASE  
 $y$  = VOLUME

$$y = -10x^2 + 80x$$

Questa equazione vale solo nel tratto tra 0 e 8.

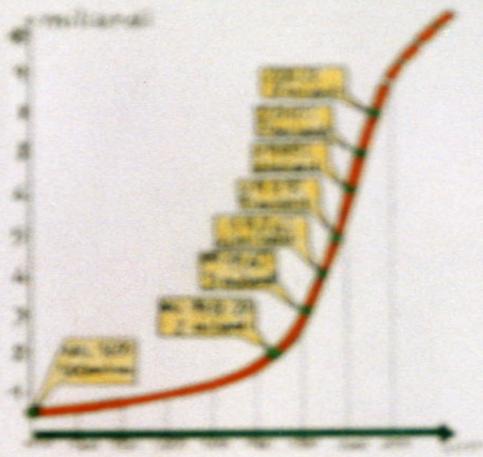
$x$	$y$
0	$0(8-0) \cdot 10 = 0$
1	$(8-1) \cdot 10 = 70$
2	$(8-2) \cdot 10 = 140$
3	$(8-3) \cdot 10 = 150$
4	$(8-4) \cdot 10 = 160$
5	$(8-5) \cdot 10 = 150$
6	$(8-6) \cdot 10 = 140$
7	$(8-7) \cdot 10 = 70$
8	$(8-8) \cdot 10 = 0$
$(8-x) \cdot 10$	



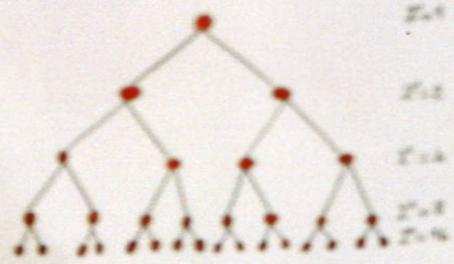




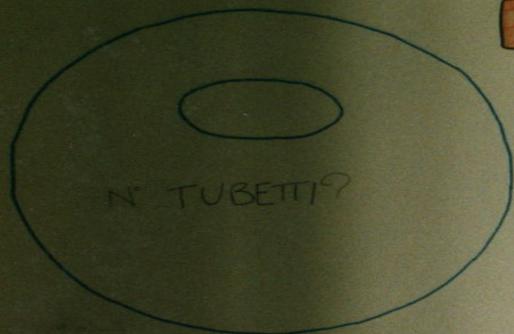
# Crescita della popolazione mondiale



L'incremento della popolazione negli ultimi secoli ha assunto un andamento esponenziale. Questo ci spinge a studiare la curva esponenziale, che abbiamo già incontrato a proposito della riproduzione dei batteri.



# La legge dei grandi numeri



Vogliamo effettuare una verifica sperimentale della legge dei grandi numeri:

Frequenza  $\xrightarrow{\text{TENDE}}$  Probabilità (quando il numero delle prove è molto elevato)

Vogliamo stimare ora il numero complessivo dei tubetti che si trovano nell'urna, servendoci di questa legge. Abbiamo segnato con un colore 150 tubetti; abbiamo fatto 100 estrazioni. Alla fine di queste sono stati estratti 10 tubetti colorati. Nel nostro esempio il numero delle prove è uguale a quello delle estrazioni. Poniamo  $x$  = numero tubetti in totale.

$$\frac{\text{PROVE FAVOREVOLI}}{\text{PROVE FATTE}} = \frac{\text{CASI FAVOREVOLI}}{\text{CASI POSSIBILI}}$$

$$\frac{\text{tubetti colorati estratti}}{\text{n° totale di estrazioni}} = \frac{\text{n° tubetti colorati}}{\text{n° tubetti in totale}}$$

da cui:

$$13 : 100 = 150 : x$$

$$x = \frac{150 \cdot 100}{13}$$

$$x = \frac{15000}{13}$$

$$x = 1153$$

Il numero complessivo dei tubetti dovrebbe essere 1153. Abbiamo effettuato la prova, contandoli ad uno ad uno; il numero reale dei tubetti è 1044

N.B. = Questo sistema può essere utilizzato anche per stimare il numero degli uccelli migratori, scegliendone un campio e contrassegnarlo.

## LAVORO EFFETTUATO

Elena Hauelli  
Francesca Rizza  
Mélina Scurti  
Michela Tamburini

